UNIDAD 2: ARITMÉTICA MERCANTIL

Porcentajes. Porcentajes encadenados.

Un **porcentaje** es una forma de expresar un número como una fracción de 100.

Ejemplo: 4% = 4/100; significa 4 de cada 100 y su **razón de proporcionalidad** es r = 0,04.

Disminución porcentual: Consiste en disminuir una cantidad C un x%, y esto equivale a calcular el (100 – x)% de C.

Ejemplo: Unos almacenes rebajan un 15% todos los artículos de ropa. Un pantalón que antes costaba 14,40 €. ¿Cuál es su precio de venta con el descuento?

Éste problema se puede resolver de tres formas distintas:

1ª forma) Calculando el descuento y restarlo del precio inicial.

Precio inicial 14,40 €

Descuento 15% de 14,40 $= \frac{15 \cdot 14{,}40}{100} =$ 21,6 €

Precio final = 14,40 – 2,16 = 12,24 €

2ª forma) Aplicando una regla de tres directa, teniendo en cuenta que si me rebajan un 15%, lo que tengo que pagar de la prenda es un 85%.

14,40 ——— 100%

X ——— 85%

$$x = \frac{14{,}40 \cdot 85}{100} = 12{,}24€$$

3ª forma) Aplicando la razón de proporcionalidad. (Calculando el (100 – x)% de C).

100% – 15% = 85% Tenemos que pagar el 85% del vestido

El precio final del pantalón es 14,40 · 0,85 = 12,24 €

Aumento porcentual:

Consiste en aumentar una cantidad C un x%, y esto equivale a calcular el (100 + x)% de C.

Ejemplo: Una bicicleta cuesta 300 € sin IVA. Si le aplican el 16 % de IVA, ¿cuánto deberé pagar por ella?

Para resolver éste problema, podemos utilizar cualquiera de las tres formas anteriores, pero en este caso, aumenta el precio final (sumándole el IVA correspondiente).

Lo resolveremos aplicando la razón de proporcionalidad.

100+116= 116 Tenemos que pagar el 116% de 300€ = 348 €

Porcentajes encadenados:

Son sucesivos aumentos o disminuciones porcentuales sobre una cantidad. La resolución de problemas de porcentajes encadenados es más fácil si usamos las razones de proporcionalidad, teniendo en cuenta que:

$$\boxed{P_{final} = (r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_n) \cdot P_{inicial}}$$

Ejemplos:

A) En un ordenador que el año pasado costaba 950 €, se aumentó su precio un 10% y luego se rebajó un 15%. ¿Cuál es su precio actual?

Aumento 10% $\longrightarrow$ r = (100 + 10) % = 110% = 1,1

Disminución 15% $\longrightarrow$ r = (100 – 15) % = 85% = 0,85

Precio final = $(r_1 \cdot r_2)$ · Precio Inicial = 1,1·0,85·950= 888,25€

B) Un ordenador al que primero rebajaron su precio en un 15% y luego lo aumentaron un 10%, cuesta actualmente 888,25 €. ¿Cuál era su precio inicial?

Precio final = $(r_1 \cdot r_2) \cdot$ Precio Inicial $\longrightarrow$ $888{,}25 = 1{,}1 \cdot 0{,}85 \cdot P_i$

Despejando, el precio inicial es $P_i = 950$ €

Interés simple:

El **interés simple**, **i**, es el beneficio que origina una cantidad de dinero, denominada capital, **C**, en un tiempo expresado, **t**. a un interés (rédito) del r%.

$$\boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100}} \qquad \boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{1.200}} \qquad \boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{36.500}}$$

t en años t en meses t en días

El interés es simple cuando los beneficios obtenidos se retiran al final de cada período de tiempo, sin reinvertirlos. En este caso, el capital final, C_f , es igual a la suma del capital inicial, C_o , y el interés obtenido.

$$\boxed{C_f = C_0 + i}$$

Ejemplos:

A) Un banco ofrece un depósito en el que los intereses se abonan anualmente en una cuenta, independientemente del dinero invertido en el depósito. Si ofrece el 5% anual del capital invertido e invierto 8.500 €, ¿cuánto dinero recibiré de intereses en 3 años?

C_o= 8.500 €
r = 5 %
t = 3 años

$$i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100} = \frac{8500 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 1.275 \text{ €}$$

B) Por una cantidad de dinero, invertida en un depósito financiero a un interés del 4% anual, durante 3 años, hemos recibido 600 €. ¿Qué cantidad inicial he invertido?

C_o= 600 €
r = 4 %
t = 3 años

$$600 = \frac{C_0 \cdot 4 \cdot 3}{100} \Rightarrow C_0 = \frac{600 \cdot 100}{4 \cdot 3} = 5.000 \text{ €}$$

C) Un banco ofrece un depósito en el que, por una inversión de 1.275 € durante 15 meses, se regala un televisor valorado en 630 €. ¿Qué rédito ofrece el depósito?

C_o= 15.000 €
i = 630 €
t = 15 meses

$$630 = \frac{15.000 \cdot r \cdot 15}{1.200} \longrightarrow r = \frac{630 \cdot 1.200}{15.000 \cdot 15} = 3{,}36\%$$

Interés compuesto:

Cuando los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión no se retiran, como se hace en el interés simple, sino que se añaden al capital y se reinvierten, estamos ante el concepto de **interés compuesto**. En este caso, el capital final, C_f, obtenido al invertir un capital inicial, C_o , a un rédito, r% , durante un tiempo, t , es:

$$\boxed{C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$$

Ejemplos:

En un depósito en el que los intereses anuales se añaden al capital invertido, tenemos los siguientes casos:

A) Si el depósito ofrece el 4,5% anual e invertimos 12.000 €, ¿cuánto dinero recibiremos en 5 años?

C_o = 12.000 €
r = 4,5 %
t = 5 años

$$C_f = C_o(1 + \frac{r}{100})^t \qquad C_f = 12.000(1 + \frac{4,5}{100})^5 = 14.954,18\ €$$

B) Y si queremos tener 15.000 € dentro de 4 años al 4,5% anual, ¿qué cantidad inicial deberé invertir?

C_f = 15.000 €
r = 4,5 %
t = 4 años

$$C_f = C_o(1 + \frac{r}{100})^t \qquad 15.000 = C_o(1 + \frac{4,5}{100})^4$$

$$C_o = \frac{15.000}{(1+\frac{4,5}{100})^4} = 12.578,42\ €$$

C) Qué rédito ofrece el depósito si invirtiendo 8.000 € nos devuelven 16.000 € en 5 años?

C_o = 8.000 €
C_f = 16.000 €
t = 5 años

$$C_f = C_o(1 + \frac{r}{100})^t \qquad 16.000 = 8.000(1 + \frac{r}{100})^5$$

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right) = \sqrt[5]{\frac{16.000}{8.000}} = 1,1487$$

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right) = 1,1487 \qquad r = (1,1487 - 1) \cdot 100 = 14,87\%$$